Lista 01

Teoria desta lista: Limites, limites laterais, limites infinitos, limites no infinito, reta tangente, derivada pela definição, derivada, regras de derivação e derivada n-ésima.

1.1. Calcule os limites:

(i) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+x-2}{2x-2}$

(ii) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-x+6}{x-2}$

(iii) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{x^2-3x}{3-x}$

(iv) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+4x-5}{x^2-7x+6}$

(v) $\lim\limits_{x\to 9} \dfrac{9-x}{\sqrt{x}-3}$

(vi) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-x-2}{|x-2|}$

(vii) $\lim\limits_{x\to 1-} \dfrac{x^2-1}{|1-x|}$

(viii) $\lim\limits_{x\to 3\pm} \dfrac{|x^2+5x-24|}{x^2+x-12}$

(ix) $\lim\limits_{x\to 0\pm} \dfrac{|x^2-x|}{3x}$

(x) $\lim\limits_{x\to a\pm} \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{|x-a|}, a>0$

(xi) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{|x|}$

(xii) $\lim\limits_{x\to 0\pm} \dfrac{x-1}{x^2}$

(xiii) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2+2x-8}{x^2-8x+4}$

(xiv) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^5+2x^6-7x+1}{50x^2-3x^4+4}$

(xv) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{4x^8+x^6-x}{x^7-x+1}$

(xvi) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{3x^7+4x^6-2}{5x^7-7x+7}$

1.2. Através da definição, calcule a inclinação da reta tangente à curva $f(x)$ em um ponto x_0.

(i) $f(x)=x^2-10$

(ii) $f(x)=3-x$

(iii) $f(x)=3x^2-5x+1$

(iv) $f(x)=x^3+2$

(v) $f(x)=x+\dfrac{1}{x}+1$

(vi) $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$

(vii) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

1.3. Através da definição, encontre a equação da reta tangente à curva $f(x)$ no ponto x_0 indicado.

(i) $f(x)=x^2-10$ e $x_0=1$.

(ii) $f(x)=\sqrt{x}+1$ e $x_0=1$.

(iii) $f(x)=2x^2+1$ e $x_0=2$.

(iv) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ e $x_0=1$.

1.4. Derive as funções seguintes em relação a x.

(i) $f(x)=x^2-10$

(ii) $f(x)=x^5+3x^2-\dfrac{1}{x}+7$

(iii) $f(x)=x^2+2x^3\left(\sqrt{x}+1\right)$

(iv) $f(x)=\left(2x-3+\dfrac{1}{x}\right)\left(x^7+\dfrac{x^2}{8}-1\right)-\sqrt[5]{x^2}$

(v) $f(x)=\sqrt[3]{3x}+\pi^2x-3\pi^3$

(vi) $f(x)=7x+\dfrac{8\sqrt{x}+5x-2}{1-x}$

(vii) $f(x)=x-\dfrac{\left(5x^3-4x+1\right)\left(\sqrt{x}+10x\right)}{3-x^2}$

(viii) $f(x)=\left(\dfrac{12x-1}{x^2+1}+1\right)\left(\dfrac{1-x}{12x^3+1}+1\right)$

(ix) $f(x)=\left(5x-3\sqrt{x}\left(12+5x^3\right)+x\right)\left(1-x^3\right)$

(x) $f(x)=\dfrac{\dfrac{1-x}{x+1}+\dfrac{4x+1}{10\sqrt{x}-x}}{12x^2-7}$

Nos itens seguintes, a é uma constante e as outras letras representam funções de x.

(xi) $f(x)=a^2-3x^3f+5fg-af$

(xii) $f(x)=a^2(xf+1)-2\sqrt{x}f+\dfrac{1-a}{\sqrt{2a}}$

(xiii) $f(x)=\dfrac{a+fg}{3x^3-gh}-\left(3f+\sqrt{x}\right)(a+1)$

1.5. Encontre a derivada n-ésima das funções em relação a x.

(i) $f(x)=\dfrac{2}{x}-10$

(ii) $f(x)=\dfrac{3}{x^4}-\dfrac{15}{x^8}$

(iii) $f(x)=\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{27}{x^7}$

(iv) $f(x)=-\dfrac{15}{x}-x^{20}+1$

(v) $f(x)=\sqrt{x}$

1.6. Utilizando o conhecimento de derivada, encontre a equação da reta tangente à curva no ponto x_0 indicado.

(i) $f(x)=x^2-10$ e x_0=1.

(ii) $f(x)=5x^7-8x+5$ e x_0=1.

(iii) $f(x)=\sqrt{x}+x+\sqrt[3]{x}$ e x_0=1.

(iv) $f(x)=\dfrac{3x+8}{x^2-6}+5\sqrt{x}$ e x_0=4.